Álgebra Superior I

Tarea 3

Fecha de entrega: viernes 2 de Septiembre

1. Demuestre que para cualesquiera conjuntos A, B y C, se tiene que
   1. $$A \triangle B = \emptyset \text{ si y sólo si } A = B.$$
   2. $$A \triangle B \subset (A \triangle C) \cup (C \triangle B).$$
   3. Encuentra un ejemplo en el que la contención anterior sea propia y otro donde se dé la igualdad.
   4. $$\text{Si } A \triangle B = A \triangle C, \text{ entonces } B = C.$$
2. Demuestre que para cualesquiera conjuntos A y B se tiene lo siguiente:
   1. $$A \subset B \text{ si y sólo si } \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B).$$
   2. $$\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B).$$
   3. $$\text{Si } a \in B \text{ entonces } \mathcal{P}(a) \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(\cup B)).$$
3. Demuestre que para cualesquiera conjuntos A, B y C se tiene lo siguiente:
   1. $$(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C).$$
   2. $$(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C).$$
   3. $$A \times B \subset \mathcal{P}(\mathcal{P}(A \cup B)).$$
4. Para un conjunto A, prueba que son equivalentes:
   1. $$\forall x \forall y[(x \in y \wedge y \in A) \Rightarrow x \in A].$$
   2. $$\forall y(y \in A \Rightarrow y \subset A).$$
   3. $$\cup A \subset A.$$

4. $$A \subset \mathcal{P}(A).$$

5. $$\cup\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(A).$$

6. $$\forall x \forall y[(x \in y \wedge y \subset A) \Rightarrow x \subset A].$$

7. $$A \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(A)).$$

Si A satisface cualquiera de estas condiciones decimos que A es *transitivo*.