# Álgebra superior I

Tarea 7

Entrega: Viernes 21 de Octubre

1. Prueba las siguientes afirmaciones respecto de la suma en los naturales:
   *a*) 1) Para todo $n \in \mathbb{N}, 0 + n = n$.
        2) Para cualesquiera $a, n \in \mathbb{N}, a + s(n) = s(a) + n$.
        3) Para cualesquiera $a, n \in \mathbb{N}, a + n = n + a$, es decir, la suma en $\mathbb{N}$ es conmutativa.
   *b*) Para cualesquiera $a, n \in \mathbb{N}$, si $a \neq 0$, entonces $a + n \neq 0$.
   *c*) Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{N}$, $a + b = 0$ si y sólo si $a = 0$ y $b = 0$.
2. Demuestre las siguientes afirmaciones respecto de la multiplicación en $\mathbb{N}$:
   *a*) La ley de la asociatividad:
   Para cualesquiera $a, b, n \in \mathbb{N}, (a \cdot b) \cdot n = a \cdot (b \cdot n)$.
   *b*) Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{N}, a \cdot b = 0$ si y sólo si $a = 0$ o $b = 0$.
   *c*) La ley de la cancelación de los no ceros: Para cualesquiera $n, m, k \in \mathbb{N}$, si $k \neq 0$ y $m \cdot k = n \cdot k$, entonces $n = m$.
3. Dados $m, n \in \mathbb{N}$, demuestre lo siguiente.
   *a*) Si $m < n$, el $t \in \mathbb{N}^+$ tal que $m + t = n$ es único.
   *b*) $m \leq n$ si y sólo si existe $t \in \mathbb{N}$ tal que $n = m + t$. Además, en este caso, dicho $t$ es único.
4. Demuestre que las siguientes afirmaciones se cumplen para todo $n \in \mathbb{N}$:
   *a*) $0 \leq n$.
   *b*) $n < s(n)$.
   *c*) $0 < s(n)$.
5. Demuestre las siguientes afirmaciones con respecto al orden y las operaciones en $\mathbb{N}$:
   *a*) Para cualesquiera $n, m \in \mathbb{N}, n \leq n + m$.
   *b*) Para cualesquiera $n, m, k \in \mathbb{N}, n < m$ si y sólo si $n + k < m + k$.
   *c*) Para cualesquiera $n, m \in \mathbb{N}$, si $m \neq 0$, entonces $n \leq n \cdot m$.
   *d*) Para cualesquiera $n, m \in \mathbb{N}^+$, si $m \neq 1$, entonces $n < n \cdot m$.