

Математические модели
в инвестиционных банках
**Расчет честной цены биржевых и
внебиржевых инструментов**

Валерия Кононенко

октябрь 2019

Технологический центр Дойче Банка

Deutsche Bank 

The Big Short



Bloomberg Terminal

<HELP> for explanation, <MENU> for similar functions.
Hit PAGE FWD for off-the-run Bills, Notes, and Bonds.

EquityPX1

8:34

CURRENTS/WHEN ISSUED

Bloomberg
GENERIC

TREASURY BILLS						
1) 1Mo	3/15/12	.10	/10	.10	--	17) 2 11/21 100-28 /28+ 1.90 + 01
2) 3Mo	5/17/12	.12	/11	.11	--	18) 2 2/22 ¹⁰ 100-19 /19+ 1.93 + 01
3) 6Mo	8/16/12	.14	/14	.14	--	14) 3 ¹ / ₈ 11/41 100-31+ /01 3.07 + 04+
4) 1Yr	2/07/13	.17	/17	.17	--	15) 3 ¹ / ₈ 2/42 ³⁰ 100-27 /28 3.08 + 04+
NOTES/BONDS						
5) 1 ⁸ / ₈	12/13	99-21 ³ / ₄	/22	.29	- 00+	16) TII 5 YR 106-01 ¹ / ₄ /04+ -1.31 + 00 ¹ / ₄
6) 1 ¹ / ₄	1/14 ^{2y}	99-29 ¹ / ₄	/29+	.29	- 00+	17) TII 10 YR 109-27+ /01 ¹ / ₄ -.42 + 01 ¹ / ₄
7) 1 ¹ / ₄	1/15	99-19+	/19 ³ / ₄	.38	- 00 ¹ / ₄	18) TII 20 YR 136-09 ¹ / ₄ /23 ¹ / ₄ .28 + 05 ¹ / ₄
8) 1 ¹ / ₄	2/15 ^{3y}	99-17 ³ / ₄	/18	.40	- 00 ³ / ₄	19) TII 30 YR 139-01 ³ / ₄ /20 .63 + 04
9) 7 ⁸ / ₈	12/16	100-10 ¹ / ₄	/10 ³ / ₄	.80	- 01 ¹ / ₄	OTHER MARKETS
10) 7 ⁷ / ₈	1/17 ^{5y}	100-08 ¹ / ₄	/08+	.82	- 00 ³ / ₄	20) US Long(CBT) 8:24 ↑ 143-11 - 07
11) 1 ¹ / ₄	1/19 ^{7y}	99-10	/10+	1.35	- 00+	21) 10Y Fut(CBT) 8:24 ↓ 131-13 - 04
22) EURO\$ (IMM) 8:24 ↑ 99.530 +.010 23) S&P 500 Ind yd 1350.50 -- 24) NASDAQ Comp yd 2931.83 -- 25) DowJones Ind yd 12878.28 -- 26) Gold (CMX) 8:34 ↑ 1730.88 +10.70 27) NYM WTI Crd 8:24 ↑ 101.57 +.83						

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2012 Bloomberg Finance L.P.
SN 662871 EST GMT-5:00 6637-373-0 15-Feb-2012 08:34:30

Treasury Yields

NAME	COUPON	PRICE	YIELD	1 MONTH		
GB3:GOV 3 Month	0.00	2.40	2.44%	+9		
GB6:GOV 6 Month	0.00	2.44	2.50%	+1		
GB12:GOV 12 Month	0.00	2.46	2.53%	-4		
GT2:GOV 2 Year	2.50	100.01	2.49%	-7	+26	2/22/2019
GT5:GOV 5 Year	2.50	100.13	2.47%	-8	-15	2/22/2019
GT10:GOV 10 Year	2.63	99.77	2.65%	-6	-21	2/22/2019
GT30:GOV 30 Year	3.00	99.69	3.02%	-2	-14	2/22/2019



План

- Биржа
- Брокер и дилер. В чем разница и кому верить?
- OTC рынок. Чем отличается от биржи?
- Дисконтирование
- Текущая стоимость облигации
- Кредитный рейтинг
- Фьючерсы и форварды

Биржа

Биржа

Это место встречи продавцов и покупателей различных активов.



**MOSCOW
EXCHANGE**

Сложный вопрос

А где торгуются акции биржи?



Брокер vs. Дилер

Дилер

- Представляет собственные интересы на бирже
- Торгует на собственные деньги
- Заработок = спред
- Самостоятельно несет риск

Брокер

- Представляет интересы клиента
- Торгует на средства клиента
- Заработок = комиссия от сделки
- Клиент несет риск



Пример

EURUSD

Bid = \$1.1341 — цена, по которой мы можем **продать** €1.

Ask = \$1.1346 — цена, по которой мы можем **купить** €1.

Предположим, мы хотим купить €100.

Рассчитаем прибыль брокера и дилера от сделки:

Брокер

Пусть брокер берет
0.045% от суммы сделки.

$$\begin{aligned} \text{Broker Comission} &= \\ & \$1.1346 \times 100 \times 0.00045 \\ & = \$0.05 \end{aligned}$$

Дилер

Дилер котирует цену
покупки \$1.1351.

$$\begin{aligned} \text{Dealer Comission} &= \\ & (\$1.1351 - \$1.1346) \times 100 \\ & = \$0.05 \end{aligned}$$

Broker or Dealer?

Deutsche Bank



ОТС рынок (Over-the-counter)

Внебиржевой рынок, где финансовые инструменты торгуются напрямую между двумя контрагентами.

- Рынок не имеет физического местоположения
- Торги проходят в электронной форме

На ОТС клиент заключает контракт с дилером.

На ОТС дилеры могут торговать друг с другом.

Различия торговли на бирже и ОТС рынке:

- На бирже сделки застрахованы, на ОТС вы не защищены от банкротства дилера
- На бирже контракты стандартизированы, на ОТС контракты могут быть экзотическими

Дисконтирование

Определение

Дисконтирование — это процесс приведения будущей стоимости денег к их текущей стоимости.

Пример

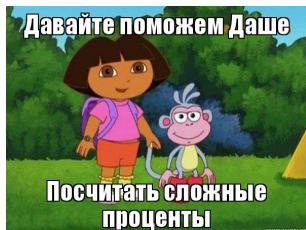
Положим на депозит \$1 с процентной ставкой r .

Оплата процентов будет осуществляться раз в год.

В конце года на нашем банковском счете: $\$1 \cdot (1 + r)$

Через 2 года: $\$1 \cdot (1 + r) \cdot (1 + r)$

Через t лет: $\$1 \cdot (1 + r)^t$



Дисконтирование

Ежегодное

Если сегодня у нас есть N денег, то при начислении процентов раз в год, при процентной ставке r , через t лет мы получим F денег:

$$F = (1 + r)^t N$$

А чтобы понять, сколько сегодня стоят F денег через год, нужно их продисконтировать:

$$N = \frac{1}{(1 + r)^t} F = D(t) \cdot F,$$

где $D(t)$ — коэффициент дисконтирования (discount factor).

Дисконтирование

Усложняем пример

Теперь положим, что оплата процентов будет производиться n раз в год по процентной ставке $\frac{r}{n}$.

Тогда через год мы получим: $(1 + \frac{r}{n})^{nt} \cdot \1 .

Если устремить $n \rightarrow \infty$,

то $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{r}{n})^{nt} = e^{nt \log(1 + \frac{r}{n})} \rightarrow e^{rt}$

Дисконтирование

А если выплаты процентов чаще, чем раз в год?

В пределе, когда проценты начисляются постоянно:

$$D(t) = \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}} \implies D(t) = e^{-rt}$$

Далее будем пользоваться непрерывно начисляемыми процентами.

Дисконтирование

Present Value

Это текущая стоимость суммы денег, полученных в будущем.

Облигация

Долговое обязательство государства (корпорации) выплатить по истечении некоторого срока зафиксированную в контракте сумму денег.

У облигации есть:

- Principal — номинальная стоимость.
- Coupons — это небольшие фиксированные суммы, которые периодически выплачиваются владельцу облигации до истечения срока облигации.
- Maturity date — дата погашения облигации.
- YTM (yield to maturity) — доходность к погашению.

Дисконтирование

Present Value облигации

Это просто текущая суммарная стоимость всех платежей по этой облигации.

$$P_{bond} = \sum_{k=1}^n N_c e^{-r_k t_k} + N_p e^{-r_n t_n}$$

N_p — principal, N_c — coupon, r_k — rate.

Дисконтирование

Соглашение о подсчете дней

- 30/360
- АСТ/365
- ВУС/252
- АСТ/АСТ

Дисконтирование

Государственные облигации. Пример

Пусть есть bond: principal \$100 на 5 лет, coupon \$5 выплачивается раз в полгода, и годовая процентная ставка 3%. Проценты начисляются непрерывно. Тогда стоимость облигации будет:

$$\sum_{k=1}^{10} 5e^{-0.03 \frac{k \times 180}{360}} + 100e^{-0.03 \frac{5 \times 360}{360}} = \$132.15$$

Кредитный рейтинг

Определение

Кредитный рейтинг облигации — это показатель платежеспособности эмитента (государства или корпорации). Это инструмент повышения/понижения привлекательности заемщика в глазах кредиторов.

Кредитный рейтинг присваивается независимыми рейтинговыми агентствами.

Наиболее известные международные агентства:

- Standard & Poors
- Moody's
- Fitch Ratings

Кредитный рейтинг

Moody's		S&P		Fitch		
Долгосрочный	Краткосрочный	Долгосрочный	Краткосрочный	Долгосрочный	Краткосрочный	
Aaa	P-1	AAA	A-1+	AAA	F1+	Обязательства наивысшего качества
Aa1		AA+		AA+		Обязательства высокого качества
Aa2		AA		AA		Обязательства выше среднего качества
Aa3		AA-		AA-		Обязательства ниже среднего качества
A1		A+		A+		Обязательства с чертами спекулятивных
A2	P-2	A	A-2	A	F2	В высокой степени спекулятивные
A3		A-		A-		Очень высокий кредитный риск
Vaa1		BBB+		BBB+		Крайне спекулятивные
Vaa2	P-3	BBB	A-3	BBB	F3	Близки к дефолту (или уже в дефолте) с небольшим шансом возврата средств
Vaa3		BBB-		BBB-		В состоянии дефолта
Va1	Not prime	BB+	B	BB+	B	
Va2		BB		BB		
Va3		BB-		BB-		
B1		B+		B+		
B2		B		B		
B3		B-		B-		
Ca		CCC+		C		CCC
Ca	CCC					
Ca	CCC-					
C	CC	/	DDD	/		
C	C		DD			
/	D		DD			
/			D			

Кредитный рейтинг может быть присвоен в национальной и иностранной валюте.

Интересный факт

Рейтинг компании \leq рейтинг страны

Кредитный рейтинг компании в иностранной валюте, как правило, не может быть выше кредитного рейтинга страны, в которой создана компания.

Agencies	Moody's rating	S&P rating	Fitch Rating
USA:	Aaa	AA+	AAA
Russia:	Baa3	BBB-	BBB-

Apple: S&P Rating AA+

Gazprom: S&P Rating BBB-

Фьючерс

Фьючерсный контракт

Это сделка при которой покупатель обязуется купить (продавец продать) актив по заранее оговоренной цене в конкретно обозначенный день.



Форвард

Форвард — это как фьючерс, только форвард.



By funnydae - 039 men at work_ UEFA 2009, Rome CC BY 2.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7017865>

Форвард

Форвард

Это договор, в соответствии с которым контрагенты обмениваются валютой (активами) в заранее оговоренный срок по заранее зафиксированной цене.

Вспомним OTC

Форвард — это внебиржевая сделка. Заключение форвардного контракта может застраховать вас от изменения цены на актив (или изменения курса валюты), однако вам не гарантируется защита от неисполнения обязательств другой стороной.

Forward vs. Futures

- 1 Фьючерсные контракты имеют фиксированную спецификацию. В форварде вы можете указывать всё, что пожелаете.
- 2 Фьючерсные контракты заключаются на бирже, значит застрахованы. Форвардные контракты аннулируются в случае банкротства дилера.
- 3 Форвардные сделки практически не регулируются, в то время как фьючерсы подвергаются контролю не только со стороны биржи, но и со стороны государственных структур.
- 4 Разная ликвидность.