Geometría Analítica II

Tarea 8

Fecha de entrega: viernes 15 de Diciembre

1. Considera los puntos $-2, 0, 3$ y 5 de la recta real, y establece todas las posibles razones dobles entre ellos.

2. Demuestra que, para puntos en $\mathbb{R}^2$, las fórmulas para las coordenadas del punto $P(x, y)$ que divide al segmento P_1P_2 en la razón $\mu \neq 1$, son

$$x = \frac{x_1 - \mu x_2}{1 - \mu}; \quad y = \frac{y_1 - \mu y_2}{1 - \mu}$$

(Sugerencia: considera los triángulos semejantes que se forman al trazar una paralela al eje X por P_1, y las paralelas al eje Y por P y P_2.)

3. Dados cuatro puntos A, B, C y D colineales, encuentra $(A, B; C, D)$ expresada en términos de los senos de los ángulos que forma el haz de rectas a partir de un punto no colineal.

4. Demuestra que, fijos cuatro puntos colineales, los únicos valores posibles para las razones dobles que pueden establecerse entre ellos son λ, $1 - \lambda$, $\lambda/(1 - \lambda)$ y sus recíprocos.

5. Demuestra que cuatro puntos de un haz forman un conjunto armónico si y sólo si $(A, B; C, D) = (A, B; D, C)$

6. Comprueba que al proyectivizar la ecuación de una cónica no singular, la matriz asociada es no singular.

7. En $\mathbb{R}^2$, dá las ecuaciones de dos cónicas que pasen por los mismos 4 puntos. Utiliza esas ecuaciones para dar dos cónicas distintas en $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ que se corten en 4 puntos.

8. Demuestra que una cónica es el lugar geométrico de las intersecciones de rectas correspondientes de dos haces ligados por una proyectividad.

9. Dualiza el concepto de cónica utilizando la caracterización proyectiva de cónica.

10. Dualiza el Teorema de Pascal; esta proposición se llama Teorema de Brianchon.