Geometría Analítica II

Tarea 0

Fecha de entrega: martes 15 de Agosto

1. Si tienes una barra rígida de un metro y con una fuerza de 10kg quieres levantar una masa de 40kg, ¿de dónde debes de colgar la masa, estando el punto de apoyo al extremo de tu barra? Haz un dibujo.
2. Dados los puntos $(1,2),(-1,1) \in \mathbb{R}^2$, encuentra:
    1. La ecuación paramétrica de la recta que los une.
    2. La ecuación normal de la recta que los une.
    3. La ecuación baricentrica de la recta que los une.
3. Dá la descripción paramétrica de dos rectas en $\mathbb{R}^3$ que no se intersecten y que no sean paralelas.
4. Dá las coordenadas (cartesianas) de los vectores cuyas coordenadas polares (r,θ) son $(3,\frac{\pi}{2}),(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}),(2,\frac{\pi}{6}),(1,\frac{\pi}{6})$.
5. Encuentra una expresión para $\mathrm{d}(p,\mathcal{L})$, la distancia de un punto p, a la recta $\mathcal{L}=\{q+tv|t\in\mathbb{R}\}$.
6. Encuentra las ecuaciones de las dos rectas paralelas a $\mathcal{L}: 3x-5y=4$, que son tangentes a la circunferencia $\mathcal{C}: x^2+y^2=25$.
7. ¿Puedes encontrar un subgrupo de S_4 de orden 12? (Piensa en un tetraedro regular en $\mathbb{R}^3$ y describe el grupo geométricamente).
8. Considera la fórmula general de una reflexión $\varphi_{\mathcal{L}}$ en la recta

$$\mathcal{L}=\{x\in\mathbb{R}|n\cdot x=c\}$$

con $|n|=1$ dada por

$$\varphi_{\mathcal{L}}(x)=x+2(c-n\cdot x)n.$$

    - Demuestra que si $\varphi_{\mathcal{L}}$ es la reflexión en la recta $\mathcal{L}$, entonces $x\in\mathbb{R}^2$ es un punto fijo de $\varphi_{\mathcal{L}}$, i.e. $\varphi_{\mathcal{L}}(x)=x$, si y sólo si $x\in\mathcal{L}$.
9. Sea $\{\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}\}$ una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$, y sea $f\colon\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ definida por

$$f(x,y,z)=x\mathbf{u}+y\mathbf{v}+z\mathbf{w}$$

Demuestra directamente que f es ortogonal (preserva producto interior).
10. Sea $\mathbb{C}=\{\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}|a,b\in\mathbb{R}\}$; y sea $\mathbb{C}=\mathbb{C}-\{\mathbf{0}\}$, es decir, todo $\mathbb{C}$ menos la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Describe las funciones lineales asociadas. Demuestra que $\mathbb{C}$ es un subgrupo de $\mathrm{GL}(2)$.

11. Encuentra la transformación afín que manda a_i en b_i para $i = 0, 1, 2$.
    - $a_0 = (1, 2), a_1 = (1, -1), a_2 = (0, -1)$ y $b_0 = (1, 4), b_1 = (4, 4), b_2 = (3, 3)$.
12. Demuestra que si f es una isometría que invierte orientación, entonces$f^2 = f \circ f$ es una translación.