Geometría Analitica I

Tarea 2

Fecha de entrega: miércoles 1^o de Marzo

1. Sean u, v dos vectores distintos de 0. Demuestra que:
$$u \parallel v \iff \mathcal{L}_u \cap \mathcal{L}_v \neq \{0\} \iff \mathcal{L}_u = \mathcal{L}_v.$$
2. Definimos rectas paralelas en $\mathbf{R}^n$, en términos de sus vectores dirección. Demuestra que se trata de una relación de equivalencia.
3. Da la descripción paramétrica de dos rectas en $\mathbf{R}^3$ que no se intersecten y que no sean paralelas.
4. Encuentra las intersecciones de las rectas $\mathcal{L}_1 = \{(2,0) + t(1,-2) | t \in \mathbf{R}\}$, $\mathcal{L}_2 = \{(2,1) + s(-2,4) | s \in \mathbf{R}\}$ y $\mathcal{L}_3 = \{(1,2) + r(3,-6) | r \in \mathbf{R}\}$. Dibujalas para entender que está pasando.
5. Demuestra usando sólo la definición de producto interior, que dado $u \in \mathbf{R}^n$, se tiene que
$$u \cdot x = 0, \forall x \in \mathbf{R}^n \iff u = 0.$$
6. Para las siguientes rectas, encuentra una ecuación normal y, en su caso, su ecuación funcional
    1. $\{(2,3) + t(1,1) | t \in \mathbf{R}\}$
    2. $\{(-1,0) + s(2,1) | s \in \mathbf{R}\}$
    3. $\{(0,-2) + (-r, 2r) | r \in \mathbf{R}\}$
    4. $\{(1,3) + s(2,0) | s \in \mathbf{R}\}$
    5. $\{(t-1, -2t) | t \in \mathbf{R}\}$
7. Da una descripción paramétrica de las rectas dadas por las ecuaciones
    1. $2x - 3y = 1$
    2. $2x - y = 2$
    3. $2y - 4x = 2$
    4. $x + 5y = -1$
    5. $3 - 4y = 2x + 2$
8. Encuentra una ecuación normal para la recta que pasa por los puntos
    1. $(2,1)$ y $(3,4)$
    2. $(-1,1)$ y $(2,2)$
    3. $(1,-3)$ y $(3,1)$
    4. $(2,0)$ y $(1,1)$
9. Encuentra la intersección de las rectas 7.1 y 7.2 y de las rectas 6.3 y 7.3 anteriores.

10. A cada terna de números reales (a, b, c), asociale la ecuación $ax + by = c$.
    1. ¿Cuáles son las ternas (como puntos en $\mathbf{R}^3$) a las que se le asocian rectas en $\mathbf{R}^2$ por su ecuación normal?
    2. Dada una recta en $\mathbf{R}^2$, describe las ternas (como subconjunto de $\mathbf{R}^3$) que se asocian a ella.
    3. Dado un haz de rectas paralelas en $\mathbf{R}^2$, describe las ternas (como subconjunto de $\mathbf{R}^3$) que se asocian a rectas de ese haz.
    4. Dado un haz de rectas concurrentes en $\mathbf{R}^2$, describe las ternas (como subconjunto de $\mathbf{R}^3$) que se asocian a las rectas de ese haz.
11. Demuestra que las tres mediatrices de un triángulo son concurrentes (el punto en el que concurren se llama *circuncentro*). Donde la mediatriz de un segmento es su ortogonal que pasa por el punto medio.
12. Sea $n = (a, b, c)$ tal que $a \neq 0$. Demuestra que

$$n^{\perp} = \{x \in \mathbf{R}^3 | n \cdot x = 0\} = \{s(-b, a, 0) + t(-c, 0, a) | s, t \in \mathbf{R}\}$$

13. Describe el plano en $\mathbf{R}^3$ dado por la ecuación $x + y + z = 1$.
14. Dá las ecuaciones normales de un plano y una recta en $\mathbf{R}^3$ de tal manera que no se intersecten, justifica tu ejemplo.