

## Geometría Analítica I

### Tarea 5

Fecha de entrega: martes 9 de Mayo

1. Para el caso  $n = 4$ , escribe explícitamente las ocho transformaciones del grupo diédrico  $D_4$  y también dá su representación geométrica.
2. ¿Puedes encontrar un subgrupo de  $S_4$  “esencialmente igual” a  $S_3$ ?
3. ¿Puedes encontrar un subgrupo de  $S_4$  de orden 12? (Piensa en un tetraedro regular en  $\mathbb{R}^3$  y describe el grupo geoméricamente.)
4. Considera un cubo  $Q$  en  $\mathbb{R}^3$ . Etiqueta sus vértices con  $\mathbf{8}$ . Dentro de  $S_8$  hay un subgrupo que es el que preserva la estructura geométrica del cubo. ¿Cuántos elementos tiene? ¿Puedes describirlo con generadores y relaciones?
5. Sean  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = 2x + 1$  y  $g(x) = -x + 2$ . Encuentra las fórmulas para  $f^{-1}, g^{-1}, f^2, f \circ g, g \circ f$ .
6. Encuentra la transformación afín  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que cumple:
  1.  $f(2) = 4$  y  $f(5) = 1$
  2.  $f(1) = -1$  y  $f(2) = 3$
  3.  $f(-1) = 0$  y  $f(3) = 2$
7. Encuentra la fórmula general explícita (en términos de  $x_0, x_1, y_0, y_1$ ) de la función afín  $f$  tal que  $f(x_i) = y_i$  con  $i = 0, 1$ .
8. Demuestra que si  $f \in \text{Af}(1)$  no tiene puntos fijos (es decir, que  $f(x) \neq x$  para toda  $x \in \mathbb{R}$ ), entonces es una traslación no trivial. (La trivial es trasladar por 0, que es la identidad y tiene a todos los puntos de  $\mathbb{R}$  como puntos fijos).