Geometría Analítica I

Tarea 3

Fecha de entrega: martes 14 de Marzo

1. Demuestra que dos vectores u y v son perpendiculares si y sólo si $|u+v|^2 = |u|^2 + |v|^2$. Haz el dibujo.
2. Demuestra que dos vectores u y v son perpendiculares si y sólo si $|u+v| = |u-v|$. Haz el dibujo. Observa que este enunciado corresponde a que un paralelogramo es un rectángulo si y sólo si sus diagonales miden lo mismo.
3. Sean u y v dos vectores no nulos. Demuestra que tienen la misma norma si y sólo si $u+v$ y $u-v$ son ortogonales.
4. Demuestra la desigualdad de Schwartz en $\mathbb{R}^3$. ¿Puedes dar, o describir, la demostración en $\mathbb{R}^n$?
5. Construye una tabla con los valores de las funciones cos y sin para los ángulos $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, 3\pi/4, 5\pi/6, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, -\pi/3, -\pi/4$, y dibuja los correspondientes vectores unitarios.
6. Da las coordenadas (cartesianas) de los vectores cuyas coordenadas polares son $(3, \pi/2), (\sqrt{2}, \pi/4), (2, \pi/6), (1, \pi/6)$.
7. Cuál es el ángulo de x a y, cuando
    1. $x = (1, 0), y = (0, -2)$
    2. $x = (1, 1), y = (0, 1)$
    3. $x = (\sqrt{3}, 2), y = (1, 0)$.
8. Demuestra La ley de los cosenos para vectores, es decir, que dados dos vectores $u, v \in \mathbb{R}^2$ con ángulo α entre ellos, se cumple que

$$|u - v|^2 = |u|^2 + |v|^2 - 2|u||v| \cos \alpha.$$

9. Demuestra que el segmento de x a y es el conjunto

$$\overline{xy} = \{z | d(x, y) = d(x, z) + d(z, y)\}.$$

10. Encuentra una expresión para $d(p, \mathcal{L})$ cuando $\mathcal{L} = \{q + tv | t \in \mathbb{R}\}$.