

# Álgebra superior I

## Tarea 5

Entrega: Miércoles 28 de Septiembre

1. Encontrar sub-ordenes en  $(\mathcal{P}(\{a, b, c, d\}), \subseteq)$  que sean:
  - (a) Total
  - (b) Parcial y no total
  - (c) Parcial y no buen orden
2. Mostrar que  $(\mathbb{Q}, <)$ , no es bien ordenado, exhibiendo un subconjunto no vacío que no tiene elemento mínimo, y justificando tu respuesta.
3. Demuestra usando el primer principio de inducción para naturales, que la fórmula

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2,$$

es válida para cualquier  $n \in \mathbb{N}$ .

4. Dado un conjunto  $A$  diferente del vacío, prueba que para cualesquiera dos subconjuntos  $B$  y  $C$  de  $A$ , se tiene que el  $\subseteq$ -ínfimo del subconjunto  $\{B, C\}$  de  $\mathcal{P}(A)$  es  $B \cap C$ .
5. Considera el conjunto totalmente ordenado  $(\mathbb{Q}, <)$  y el subconjunto:

$$B = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\},$$

determina y en su caso encuentra o justifica que no existe:

- (a) el  $<$ -máximo de  $B$ ,
- (b) el  $<$ -mínimo de  $B$ ,
- (c) el  $<$ -supremo de  $B$ ,
- (d) el  $<$ -ínfimo de  $B$ .